FÍSICA I
UNIDAD IV – TRABAJO Y ENERGÍA

Contenido

UNIDAD IV – TRABAJO Y ENERGÍA

En esta unidad vamos a abocarnos al estudio de la energía y de muchos de los conceptos involucrados alrededor de ella. El concepto de energía surge como una pieza fundamental dentro del estudio de la física, entre otras cosas porque permite relacionar distintos tipos de fenómenos, completamente disímiles a primera vista.

Así, a través del concepto de energía será posible comparar cantidades que parecen tan diferentes como el trabajo realizado por un motor a explosión, el calor producido por una estufa, el consumo de una lamparita eléctrica o el valor energético de un alimento.

Estudiaremos aquí el principio de conservación de la energía, elemento central dentro de la física, que nos permitirá predecir el comportamiento de distintos sistemas. Nos concentraremos particularmente en el estudio de la energía mecánica de un cuerpo dentro del campo gravitatorio terrestre y del intercambio entre dos formas de energía: la potencial y la cinética.

En este camino, aprenderemos la relación entre energía y trabajo mecánico. Diferenciaremos diversos tipos de energías, principalmente la energía cinética, o de movimiento, y la energía potencial, o de posición. Utilizaremos el principio de conservación de la energía para aplicarlo a la conservación de la energía mecánica total en un campo de fuerzas conservativas. A partir de la conservación de su energía, podremos predecir, por ejemplo, la velocidad de un móvil en caída libre.

Asimismo investigaremos cómo se comportan los resortes al ser comprimidos o estirados, discutiremos el trabajo asociado con la fuerza elástica y aprenderemos a calcular la energía potencial elástica almacenada en un resorte.

Analizaremos qué ocurre cuando además de fuerzas conservativas, actúan fuerzas no conservativas, y en particular cómo es el trabajo que realiza cada uno de estos tipos de fuerzas en un camino cerrado. Presentaremos el teorema del trabajo-energía cinética, que relaciona el trabajo de todas las fuerzas actuantes sobre un cuerpo con la variación de su energía cinética.

Para finalizar veremos el concepto de potencia requerida para la realización de un trabajo mecánico en un cierto tiempo y los conceptos de potencial y diferencia de potencial.

TRABAJO Y ENERGÍA

CONCEPTO DE ENERGIA

Este concepto, con ser uno de los centrales de la física y de toda la ciencia, ofrece no pocas dificultades para su definición y comprensión. Veamos lo que dice al respecto Hewitt:

"La energía es quizás el concepto científico más popular; con todo, es uno de los más difíciles de definir. Hay energía en las personas, los lugares y las cosas, pero únicamente observamos sus efectos cuando algo está sucediendo. Sólo podemos observar la energía cuando se transfiere de un lugar a otro o cuando se transforma de una forma a otra."

Solamente observamos a la energía cuando se transfiere o transforma

Las dificultades que presenta el tema no autorizan, sin embargo, a otorgarle al concepto ningún carácter confuso o, peor aún, mágico. Desde el punto de vista científico, la energía "mental", la que puedan poseer determinadas piedras, por su carácter de preciosas y otros usos del término por el estilo, no tienen ningún significado.

La ciencia tomó la palabra energía del lenguaje cotidiano y le asignó un significado similar al que ya tenía: **capacidad de realizar acciones de algún tipo**. Para la física estas acciones tienen siempre dos componentes: fuerza y movimiento.

TRABAJO MECÁNICO

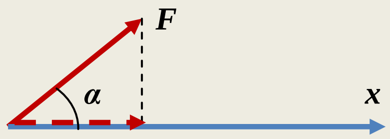
Vamos a ilustrar esto último con una situación que ya hemos estudiado en la unidad didáctica anterior.

Al tratar el experimento de Galileo, concluíamos que la esfera durante su recorrido en el tramo horizontal sufre la acción de una fuerza de rozamiento (también llamada fricción), que causará finalmente su detención, como resultado de la interacción con la superficie en que se apoya.

Esto quiere decir que la acción de la fuerza de rozamiento a lo largo de una distancia, agotó la capacidad de movimiento que el móvil poseía por el hecho de haber partido desde una altura *h.* Es imprescindible la concurrencia de ambos factores, **fuerza** y **distancia** recorrida para agotar esa capacidad. En efecto, si por algún medio anulamos o disminuimos la fuerza de rozamiento en algún tramo, el recorrido será mayor y, viceversa, si aumentamos la fricción disminuirá el recorrido y la esfera se detendrá antes.

A partir de esto, definimos una nueva magnitud a la que denominamos **trabajo** de una fuerza o trabajo mecánico (que indicamos con la letra *L*), como el producto escalar de la fuerza (***F***) por la distancia (***x***) a lo largo de la cual actúa.

$$L = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{x} = F\ x\ Cos(\boldsymbol{\alpha})$$



Trabajo de una fuerza constante *F* a lo largo de un desplazamiento recto *x*

La expresión anterior indica el trabajo mecánico realizado por una fuerza constante (***F***) cuyo punto de aplicación se desplaza a lo largo de un camino recto (***x***), siendo α el ángulo que forman entre sí los vectores fuerza y desplazamiento.

Observar que *F Cos(α)* es la proyección del vector fuerza en la dirección del desplazamiento, de modo que si α<90º la proyección de ***F*** y el desplazamiento ***x*** tienen el mismo sentido y el trabajo será positivo, si α>90º la proyección de ***F*** y el desplazamiento ***x*** tienen distinto sentido y el trabajo será negativo, en tanto que si α=90º, ***F*** y ***x*** son perpendiculares, la proyección de ***F*** vale 0 y el trabajo será nulo.

El trabajo por ser el producto escalar entre dos vectores, es una magnitud escalar. Su unidad en el sistema internacional surge del producto entre la unidad de fuerza (expresada en Newton [N]) y la unidad de distancia (expresada en metro [m]). Esta nueva unidad se denomina Joule (en honor al físico inglés James Prescott Joule) y se indica con la letra J, resultando entonces la unidad de trabajo [N] [m] = [J].

El hecho de considerar el producto escalar en la definición del trabajo mecánico, proviene de la necesidad de comparar o relacionar las direcciones de los vectores fuerza y desplazamiento. El producto será máximo cuando las direcciones coincidan y nulo si son perpendiculares. Esto puede expresarse diciendo que para que se realice trabajo es necesario que el vector fuerza tenga componente en la dirección del movimiento.

Decimos entonces que la fuerza de rozamiento realiza un trabajo que, en el caso del experimento de Galileo, se opone al desplazamiento de la esfera.

De esta manera podemos imaginar cómo el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre un móvil que se desplaza en un plano horizontal, va consumiendo la energía de este móvil, haciendo que su velocidad disminuya hasta que, en algún instante, se detenga por completo.

Ejercicio 3.1: *¿Cuál es el trabajo mecánico que es necesario realizar para desplazar un cuerpo sobre una superficie horizontal a lo largo de una distancia de 15 m, si actúa una fuerza de rozamiento constante de 120 N entre el cuerpo y dicha superficie?*

EXPRESIÓN DIFERENCIAL PARA EL TRABAJO

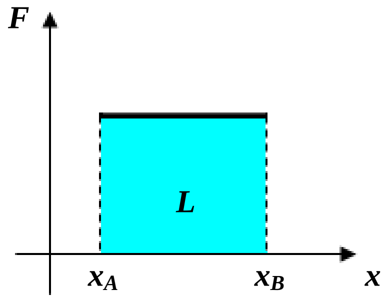
En la definición de trabajo que hemos dado antes, la intensidad de la fuerza se mantiene constante a lo largo de todo el desplazamiento. Como se comprenderá, en las situaciones reales esto raramente es cierto, de modo que la expresión más general para calcular el trabajo realizado por una fuerza al desplazarse entre dos puntos A y B, será:

$$L_{AB} = \int_A^B dL = \int_{xA}^{xB} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \cdot d\boldsymbol{x}$$

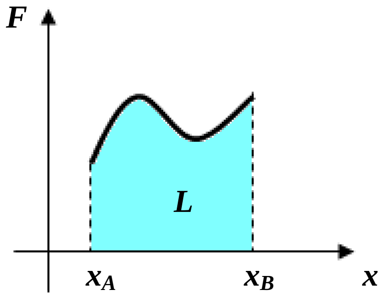
Trabajo realizado por una fuerza *F* que se desplaza entre A y B

Donde *dL* es el trabajo infinitesimal realizado por la fuerza ***F*** aplicada a lo largo de la distancia *d**x***. Si se conoce la función ***F(x)*** será posible integrar matemáticamente y calcular el trabajo total realizado a lo largo de una trayectoria determinada.

Como se muestra en la figura siguiente, si graficamos *F(x)* versus *x*, el área bajo la curva representa el trabajo realizado por la fuerza *F* en su desplazamiento a lo largo de la dirección *x*, desde x_A hasta x_B.



Trabajo de una fuerza constante



Trabajo de una fuerza variable

RELACIÓN ENTRE TRABAJO Y ENERGÍA

Volviendo una vez más al caso anterior de la esfera que avanza sobre la superficie con rozamiento, vemos que la energía del móvil queda asociada al trabajo de la fuerza de rozamiento. En general cualquier cuerpo que posea una determinada energía será capaz de realizar algún trabajo mecánico, ya sea contra una fuerza de rozamiento, levantando un peso, comprimiendo un resorte o haciendo girar un molino, por mencionar sólo algunos casos posibles.

Podemos establecer entonces, una definición que relacione estrechamente al trabajo mecánico con la energía en los siguientes términos:

Llamamos energía a la capacidad de realizar trabajo mecánico

La energía, al igual que el trabajo, son magnitudes escalares y se miden en las mismas unidades. Tal como dijimos antes, en el Sistema Internacional de unidades, esta unidad es la resultante de multiplicar un Newton (unidad de fuerza) por un metro (unidad de longitud), y recibe el nombre de Joule (J).

$$\boxed{1\ J = 1\ N * 1\ m}$$

ENERGÍAS MECÁNICA TOTAL, POTENCIAL Y CINÉTICA

Si revisamos ahora el experimento de Galileo con estos nuevos conceptos, reconoceremos que la esfera situada en el punto más alto de la rampa posee energía, esto es la capacidad de realizar trabajo. Esta capacidad puede desarrollarse de distintas formas. Si consideramos el rozamiento, habrá un trabajo realizado contra esta fuerza y se gastará una parte de la capacidad (energía) original, lo que ocasionará que la esfera no pueda alcanzar la misma altura inicial sobre la rampa de subida.

Veamos dos casos extremos:

1) **Si el rozamiento es nulo**, la esfera no interacciona con su superficie de apoyo, no hay fuerza y no hay trabajo. La esfera conserva indefinidamente su capacidad (energía) subiendo y bajando por las rampas opuestas. Si interponemos en su camino otra esfera, transferirá parte de su energía por choque, etc.

2) **Si el rozamiento es tan grande que no hay movimiento**, tampoco se realiza trabajo pues no hay distancia recorrida. También en este caso la esfera mantiene su energía intacta.

Volvamos al caso 1), que corresponde a una situación ideal sin rozamiento. Analizando los vaivenes de la esfera veremos que cuando está en su altura máxima su velocidad es nula y, por el contrario, en su punto más bajo la velocidad es máxima, mientras que en cualquier posición intermedia también hay una situación intermedia (ni velocidad ni altura máximas). Es como si la esfera "gastara" altura para aumentar su velocidad y viceversa. ¿Habrá alguna relación entre altura y velocidad?

Efectivamente la hay y puede demostrarse que:

$$m\ g\ h + \frac{1}{2}\ m\ v^2 = constante$$

El miembro de la izquierda está formado por la suma de dos términos y es igual a una constante, es decir, no cambia durante el movimiento de la esfera.

El primer término ($m\ g\ h$), coincide con el trabajo realizado para elevar al cuerpo de masa *m* y peso *m g* hasta la altura *h,* y se lo llama **energía potencial**.

El segundo término ($\frac{1}{2}\, m\, v^2$), que depende de la velocidad y de la masa, expresa el trabajo necesario para comunicarle al cuerpo de masa *m* la velocidad *v*, desde el reposo, y se lo conoce como **energía cinética**.

La suma de ambos términos, que permanece constante durante el movimiento, es la denominada **energía mecánica total** (E_{MT}) del cuerpo.

$$E_{MT} = E_{POTENCIAL} + E_{CINETICA} = m\, g\, h + \frac{1}{2}\, m\, v^2 = constante$$

Energía Mecánica Total

Esta ecuación, entonces, nos dice cómo la altura se va “transformando” en velocidad al descender el cuerpo, y cómo la velocidad se “transforma” en altura al ascender.

Es importante recalcar que si conocemos la energía mecánica total (E_{MT}) en un punto de la trayectoria del cuerpo, ésta tendrá el mismo valor para cualquier otro punto, y corresponderá siempre a la suma de las energías potencial (E_P) y cinética (E_C), de modo que entre dos puntos cualesquiera de la trayectoria (sean los puntos 1 y 2) vale:

$$E_{MT} = E_{P1} + E_{C1} = E_{P2} + E_{C2}$$

entonces

$$m\, g\, h_1 + \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 = m\, g\, h_2 + \frac{1}{2}\, m\, v_2^2$$

Ejercicio 3.2: *Un cuerpo de 0,5 Kg de masa se deja caer en la Luna desde una altura de 10 m. ¿Cuál será su velocidad justo antes de tocar el suelo? (g_{LUNA} = 1,7 m/s^2) ¿Cuál sería su velocidad si su masa fuera el doble?*

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

Si las fuerzas son conservativas, la Energía mecánica total se conserva

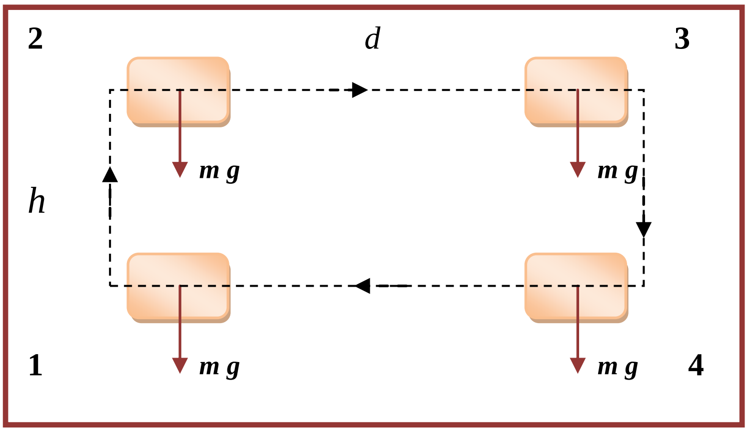
En la expresión anterior de la energía mecánica total no aparece ninguna variable que tenga relación ni con la distancia recorrida, ni con la forma de la trayectoria. Esto es una consecuencia de la clase de fuerzas que estuvimos analizando (en este caso la atracción gravitatoria, asociada a la fuerza peso). Este tipo de fuerzas se llaman *conservativas* (porque conservan la energía mecánica total) y se caracterizan porque los procesos en que intervienen son totalmente reversibles. Consecuentemente, la energía potencial es una función únicamente de la posición y será siempre igual al trabajo necesario para llevar el cuerpo hasta esa posición, desde una posición de referencia, cualquiera sea el camino recorrido.

Si, por el contrario, actuaran fuerzas de rozamiento durante el movimiento de la esfera, como vimos antes, estas fuerzas harían un trabajo que consumiría energía mecánica, resultando que la energía mecánica total iría disminuyendo. A este tipo de fuerzas que dependen del camino recorrido y no conservan la energía mecánica total se las denomina fuerzas *no conservativas*.

Una característica importante para diferenciar estos dos tipos de fuerzas, es que en un recorrido cerrado las fuerzas conservativas no realizan trabajo, en tanto que las fuerzas no conservativas sí. Veámoslo con un ejemplo.

En un recorrido cerrado las fuerzas conservativas no realizan trabajo

Calculemos cuál es el trabajo que realiza la fuerza peso (peso = *m g*) al efectuar el recorrido cerrado que se muestra en el siguiente dibujo.



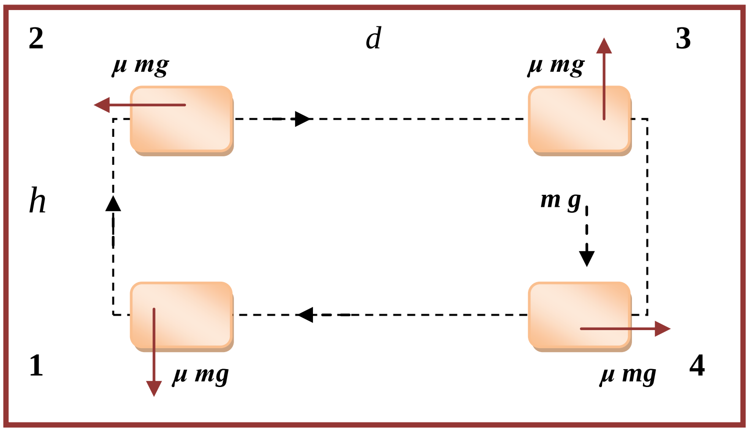
El cuerpo se eleva desde la posición 1 hasta la 2 a una altura *h*, luego se mueve horizontalmente una distancia d hasta la posición 3, desciende la misma altura *h* hasta 4, para volver al punto 1 de partida. El trabajo total realizado por el peso será la suma de los trabajos entre cada una de las posiciones sucesivas.

En el tramo 1-2 la fuerza peso y el vector desplazamiento tienen sentido contrario por lo que el trabajo será negativo (*Cos(180º)=-1*), en tanto que en el tramo 3-4 de bajada, ambos vectores tienen el mismo sentido y el trabajo tendrá signo positivo (*Cos(0º)=1*). En los tramos horizontales el trabajo de la fuerza peso es nulo dado que el peso y el desplazamiento son perpendiculares entre sí por lo que su producto escalar vale cero, resultando finalmente

$$L = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = -mgh + 0 + mgh + 0 = 0$$

Con lo cual la fuerza peso (conservativa) no realizó trabajo en el recorrido cerrado.

Supongamos ahora que el mismo cuerpo se encuentra apoyado en el piso, con coeficiente de rozamiento μ, y se lo arrastra siguiendo un recorrido cerrado, según se muestra en el siguiente esquema. Calculemos cuál es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento ($f_R = \mu\, mg$).



La fuerza de rozamiento tiene siempre sentido contrario al desplazamiento (ambos vectores forman un ángulo de 180º entre sí), por lo cual el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo en cada tramo y vale

$$L = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = -\mu\, mg\, h - \mu\, mg\, d - \mu\, mg\, h - \mu\, mg\, d$$

$$L = -\mu\, mg\, (2h + 2d) < 0$$

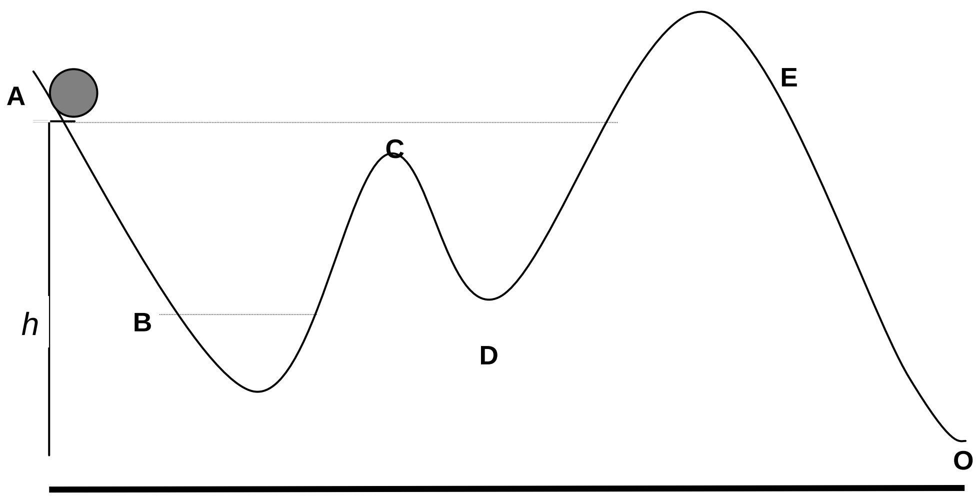
Con lo cual la fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo en el recorrido cerrado.

Estos trabajos debidos a fuerzas de rozamiento, provocan la disminución de la energía mecánica total del cuerpo durante su movimiento, por lo cual la energía mecánica total ya no será constante cuando actúen fuerzas no conservativas.

En un recorrido cerrado las fuerzas no conservativas realizan trabajo

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Analicemos el siguiente ejemplo, en el cual un cuerpo se desplaza, en presencia del campo gravitatorio terrestre, por un camino ondulado como el que se muestra en la figura.



Llevar la esfera de masa **m** desde el punto **O** hasta **A,** en ausencia de fuerzas no conservativas (entiéndase ausencia de rozamiento), requiere realizar el mismo trabajo ***m·g·h***, ya sea siguiendo todas las ondulaciones, como por cualquier otro camino.

Si se la deja en libertad, desde el reposo, en el punto **A**, la esfera pasará por la "cumbre" **C** con cierta energía cinética, que sumada a la que adquirirá en su caída hasta **D**, le permitirá alcanzar, sobre la cuesta contraria, la cota señalada por la línea. Pero nunca alcanzará la ladera **E.** Similares consideraciones pueden hacerse si comienza su caída desde el punto **B**, por ejemplo.

Este juego entre energía potencial y cinética, conservando la energía total es un caso particular de un principio más general que se conoce como *Principio de Conservación de la Energía*, quizás la mayor generalización de toda la física:

La energía no puede destruirse ni crearse, sólo cambia de forma y permanece constante tanto en el Universo, como en cualquier sistema cerrado.

y esta formulación incluye también sistemas donde actúen fuerzas no conservativas. Lo que cambia en ese caso son las formas que adquiere la energía.

Para clarificar esta situación, consideremos que durante el desplazamiento del cuerpo del caso anterior actuara, además del peso, una fuerza de rozamiento entre el cuerpo y la superficie. Esta fuerza de rozamiento es no conservativa, ya que la energía mecánica total del cuerpo no se mantiene constante, sino que disminuye durante el recorrido. Entonces podríamos argumentar que no se cumple el principio de conservación de la energía ya que, durante el trayecto, se ha perdido parte de la energía inicial.

Sin embargo, el razonamiento anterior es falso, pues si bien la energía mecánica total ha disminuido, la energía faltante ha cambiado de forma, convirtiéndose en calor (que es otro tipo de energía) liberado por la fricción producida entre el cuerpo y la superficie sobre la cual se desplaza. El calor producido es equivalente al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento. Así la energía mecánica total final (energía potencial final más energía cinética final) más la energía liberada en forma de calor, resulta igual a la energía mecánica total inicial del cuerpo. De esta manera, vemos como el principio de conservación de la energía mantiene su validez.

Para quienes deseen ir un poco más lejos, digamos que el principio de conservación de la energía que hemos enunciado antes, debe interpretarse en un sentido amplio que incluya la famosa relación introducida por Albert Einstein:

$$E = m\,c^2$$

donde *E*: energía, *m*: masa, *c*: velocidad de propagación de la luz en el vacío.

Esta última ecuación expresa básicamente la estrecha relación existente entre masa y energía, que puede interpretarse como dos formas en que se presenta la materia. Por lo tanto, el término energía en el enunciado del principio de conservación, se refiere a la materia o al par masa-energía, como se prefiera.

GENERACIÓN DE ENERGÍA

Principio de Conservación:
La energía no puede destruirse ni crearse

Según lo que establecimos hasta aquí, la energía no puede destruirse ni crearse, ¿cómo se entiende entonces el término "generación de energía", que utilizamos en relación a los grandes ingenios termoeléctricos, hidroeléctricos, nucleares, etc.?

Todos ellos sólo *convierten energía de una a otra forma*. Al quemar combustible, se transforma energía química (una forma de energía potencial de átomos y moléculas) en calor, que será transformado en energía cinética de los generadores eléctricos, que la transformarán en energía eléctrica. Consideraciones similares pueden hacerse para todos los procesos denominados de “generación".

El manejo del concepto de energía es muy útil para comprender y predecir el comportamiento de muchos sistemas. Una tendencia general de todos los sistemas naturales es a evolucionar hacia estructuras o configuraciones donde la energía potencial sea menor.

TEOREMA DEL TRABAJO-ENERGIA CINÉTICA

Se conoce con este nombre a una relación muy importante existente entre el trabajo realizado por las fuerzas aplicadas a un cuerpo durante su movimiento y la variación de su energía cinética.

Cuando estudiamos cinemática definimos la aceleración como

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

En tanto que, de acuerdo a la segunda ley de Newton, sabemos que la fuerza neta (***F***), correspondiente a la suma vectorial de todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo, está relacionada con la aceleración que le produce de la siguiente manera

$$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$$

De modo que a partir de estas dos ecuaciones podemos escribir que

$$\boldsymbol{F} = m\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

El trabajo realizado por esta fuerza en un desplazamiento $d\boldsymbol{x}$ resulta

$$dL = \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{x} = m\,\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\cdot d\boldsymbol{x} = m\,\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v}$$

Por lo cual cuando el cuerpo se desplaza desde la posición A hasta la posición B, el trabajo total realizado por la fuerza neta actuante surge de la integración de la expresión anterior, siendo

$$L_{AB} = \int_{A}^{B} dL = \int_{vA}^{vB} m\, v\, dv = \frac{1}{2} m\, v_B^2 - \frac{1}{2} m\, v_A^2 = Ec_B - Ec_A$$

Es decir que el trabajo realizado por la sumatoria de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento cuando se traslada entre dos puntos, es igual a la variación de su energía cinética entre esos mismos puntos.

El trabajo realizado por todas las fuerzas actuantes sobre un cuerpo (conservativas y no conservativas) es igual a la variación de su energía cinética

$$\boldsymbol{L = \Delta Ec}$$

POTENCIA

Supongamos ahora un trabajo concreto, como por ejemplo elevar una cierta masa de agua desde el nivel del suelo hasta un depósito en altura. Para todas las consideraciones que hemos hecho hasta ahora, resulta irrelevante en cuánto tiempo se completa el trabajo, aunque está claro que no es irrelevante en la situación real. Para tener en cuenta este factor, debemos definir una nueva magnitud que dé cuenta de la "velocidad" a la cual se realiza un trabajo o se convierte energía.

Esta magnitud se denomina _potencia_, y está definida como:

$$P = \frac{dL}{dt}$$

donde _P_: potencia, _L_: trabajo, _t_: tiempo.

Es decir que la potencia está representada por el trabajo realizado en la unidad de tiempo. Para el caso en que el trabajo _L_ se realice a un ritmo constante en el tiempo, tendremos la expresión más simple:

$$P = \frac{L}{t}$$

La potencia tiene dimensiones de energía sobre tiempo; es decir que en el sistema internacional la unidad será Joule/segundo que recibe el nombre de Watt. El símbolo es W**.** Esta unidad tiene reminiscencias eléctricas y, efectivamente se emplea con mucha frecuencia en electrotecnia y electrónica, pero nada impide su generalización a todas las ramas de la física.

_1 W = 1 J / 1 s_

RELACIÓN ENTRE POTENCIA Y VELOCIDAD

A partir de la expresión de la velocidad instantánea vista en cinemática sabemos que

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

Dado que el trabajo mecánico realizado por una fuerza es $dL = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{x}$

Podemos escribir $dL = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}\,dt$, resultando la potencia instantánea

$$P = \frac{dL}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$$

Si por ejemplo un remolque es arrastrado a velocidad constante contra una fuerza de rozamiento $\boldsymbol{F_R}$, podemos calcular a partir de esta expresión la potencia desarrollada como el producto de la fuerza por la velocidad: $P = F_R\,v$.

> ***Ejercicio 3.3:*** *Suponiendo una situación ideal en que no existan pérdidas de energía. ¿Qué potencia debería tener un motor para realizar el trabajo calculado en el ejercicio 3.1 en un tiempo de 3 minutos?*
> *¿Y si lo querríamos realizar en un tiempo de 3 segundos?*

ENERGÍA EN LOS CAMPOS DE FUERZAS

Retomemos ahora el concepto de campo de fuerzas sobre el cual habíamos trabajado en la unidad anterior. Como vimos entonces, los campos pueden ser de diversos orígenes, dependiendo de los tipos de interacciones involucradas. Al igual que en aquella oportunidad, nos concentraremos primero en el campo gravitatorio, que nos servirá para introducirnos en el tema. Nuestro objetivo actual será estudiar el campo gravitatorio desde el punto de vista energético.

Habíamos visto que la intensidad del campo gravitatorio producido por una masa puntual *M*, en un punto del espacio separado de ella por una distancia *r*, resultaba ser numéricamente igual a la fuerza *F* que actúa por unidad de masa *m* colocada en dicho punto. En términos matemáticos:

$$E_G = \frac{F}{m} = \frac{G\,M}{r^2}$$

donde G = constante de gravitación universal, que vale 6,67 x 10^{-11} N m^2 / kg^2.

En el caso particular del campo gravitatorio en la superficie de la Tierra, podemos reemplazar en la fórmula anterior a *r* por el radio terrestre *R* y *M* por la masa de la Tierra M_T, resultando que:

$$E_{GT} = \frac{G\,M_T}{R^2} = g \cong 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

En esta situación, decimos que *g* es la intensidad del campo gravitatorio terrestre en su superficie y, de acuerdo con la definición de intensidad de campo, cualquier masa *m* puesta sobre la superficie de la Tierra, será atraída con una fuerza *F*, tal que:

$$\frac{\boldsymbol{F}}{m} = \boldsymbol{g} \;\Rightarrow \boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{g}$$

Esta fuerza *F* es lo que llamamos *peso* del cuerpo de masa m.

De acuerdo con lo anterior, volvemos a recalcar algo que ya fue dicho en la unidad anterior: *el campo es una magnitud vectorial* ya que la fuerza también lo es. Es decir, tanto el campo ***g*** como la fuerza ***F*** tienen módulo, dirección y sentido. En particular el campo gravitatorio ***g*** es un vector que apunta hacia el centro de la Tierra, coincidiendo en dirección y sentido con la fuerza peso.

Es muy importante notar en este momento que la intensidad del campo gravitatorio terrestre *g*, está definida sobre la superficie misma de la Tierra, y la consideramos constante ya que por más que variemos nuestra posición, desde una fosa abisal hasta la cima de la montaña más alta, recorreremos una altura de no más de 20 km, despreciables frente a los 6370 km que mide el radio terrestre. En rigor de verdad, el módulo de ***g*** variará levemente de acuerdo con nuestra posición geográfica, de acuerdo con la expresión:

$$g = \frac{G\,M_T}{R^2}$$

donde *G* y M_T son constantes[1], no así *R* que es la distancia desde el punto donde nos encontremos hasta el centro de masa de la Tierra.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Ahora bien, supongamos tener un cuerpo de masa *m*, en las cercanías de la superficie de la Tierra, a un nivel que podríamos definir como altura inicial (*hi*). La pregunta es: ¿qué trabajo mecánico debemos hacer para elevar dicho cuerpo hasta una altura final (*hf* > *hi*) sobre dicha superficie?

Para responder a esto, acudimos a la definición misma de trabajo mecánico, dada antes, como el producto escalar de la fuerza por la distancia recorrida. En este caso la fuerza actuante es el peso del cuerpo, en tanto que la distancia recorrida está dada por la diferencia de alturas, final menos inicial (*Δh* = *hf* – *hi*), resultando:

$$L = \boldsymbol{F} \cdot \Delta\boldsymbol{h} = -m\,g\,(h_f - h_i)$$

El signo negativo se debe al hecho de que la fuerza peso “apunta hacia abajo” en sentido exactamente opuesto (en 180°) al sentido de desplazamiento, lo cual se refleja de esta manera al efectuarse el producto escalar. Desde un punto de vista físico, este signo negativo puede interpretarse como trabajo que debe entregarse al cuerpo para elevarlo.

[1] En una descripción aún más detallada, el valor M_T también presentará pequeñas variaciones, al considerar la distribución de masa no homogénea y la aplicación del teorema de Gauss al campo gravitatorio terrestre.

Este trabajo es numéricamente igual a la energía potencial que adquiere el cuerpo de masa m al ser elevado desde una altura *hi* hasta una altura *hf* sobre la superficie terrestre. Ahora el cuerpo incrementó su energía potencial, siendo capaz de devolver una cantidad de energía equivalente al trabajo realizado para llevarlo a su nueva posición (si se lo dejara caer).

Elevar un cuerpo equivale a aumentar su energía potencial

De modo que a partir de la última ecuación, podemos escribir:

$$L = -\left(m\ g\ h_f - m\ g\ h_i\right) = -\left(E_{Pf} - E_{Pi}\right) = -\Delta E_P$$

es decir que el trabajo de la fuerza peso al aumentar la altura del cuerpo, es equivalente a la variación de su energía potencial, cambiada de signo.

$$\boxed{L = -\Delta E_P}$$

De esta manera, el aumento de energía potencial del cuerpo puede ser visto como energía acumulada por el cuerpo, a causa del trabajo realizado sobre él para elevarlo.

Es importante notar que todos los sistemas evolucionan naturalmente de modo de disminuir su energía potencial. Así un cuerpo que se deje en libertad en la cercanía de la superficie terrestre caerá espontáneamente, disminuyendo su energía potencial gravitatoria.

Ejercicio 3.4: *Calcular el trabajo involucrado al elevar un cuerpo de 2 Kg de masa a una altura de 45 m sobre la superficie terrestre. ¿Cuál es la energía potencial que adquiere el cuerpo ubicado a esta altura?*

POTENCIAL GRAVITATORIO

Vamos a aprovechar lo visto hasta aquí, para introducir una nueva magnitud denominada *potencial*.

El potencial está, como podemos imaginar, íntimamente relacionado con la energía potencial, y para el caso gravitatorio, se define el *potencial gravitatorio* en un punto del espacio como la energía potencial por unidad de masa en dicho punto. Si utilizamos la letra *V* para representar a esta nueva magnitud, podemos escribir:

$$\boxed{\boldsymbol{V = \frac{E_P}{m}}}$$

lo cual es numéricamente igual a la energía potencial de un cuerpo de 1 kg de masa colocado en el punto en cuestión.

El potencial, a diferencia del campo, es una magnitud escalar ya que resulta del cociente entre la energía potencial y la masa, ambas magnitudes escalares.

Para el caso del campo gravitatorio en la cercanía de la superficie terrestre, sabemos que la energía potencial de una masa m depende directamente de su altura. *Si tomamos como altura cero (h=0) a la superficie terrestre* en un lugar determinado del planeta, un cuerpo de masa m situado en este lugar a una altura h≠0, tiene una energía potencial:

$$E_P = m\ g\ h$$

El potencial gravitatorio en este punto resulta ser entonces:

$$V = \frac{E_P}{m} = \frac{m\ g\ h}{m} = g\ h$$

Por lo tanto, se hace evidente que *el potencial gravitatorio es una propiedad del espacio*, y resulta independiente de la masa del cuerpo que pongamos en ese lugar, ya que como vemos depende únicamente de la intensidad del campo gravitatorio (g) y de la altura (h) considerada.

$$\boldsymbol{V = g\ h}$$

Potencial gravitatorio en las cercanías de la superficie terrestre

En lo anterior es importante notar la arbitrariedad (o conveniencia) con la que hemos elegido el nivel cero para la altura, tomando *h=0* sobre la superficie terrestre (aunque podríamos haberlo hecho en la fosa de las Marianas). Esto hace que quede definido para ese nivel elegido lo que se llama *un cero de potencial*, es decir una altura a la cual tanto la energía potencial como el potencial resultan nulos. Por encima de este nivel cero la energía potencial es positiva, en tanto que por debajo de este nivel (por ejemplo si caváramos un pozo en la Tierra) la energía potencial es negativa.

Es por esto que resulta muy común hablar de variación de energía potencial (*ΔEp*) o de diferencia de potencial (*ΔV*) entre dos posiciones dadas, más que tomar estos valores como cantidades absolutas, dada la citada arbitrariedad con que puede elegirse el nivel cero.

Llamamos entonces *diferencia de potencial gravitatorio entre dos puntos*, que indicamos con *ΔV*, a la siguiente relación:

$$\boldsymbol{\Delta V = \frac{\Delta E_P}{m} = g\ \Delta h}$$

Diferencia de Potencial gravitatorio entre dos puntos en las cercanías de la superficie terrestre

El potencial gravitatorio se mide en unidades de velocidad al cuadrado. En el sistema internacional de unidades será en $[m/s]^2$.

Ejercicio 3.5: *Calcular la diferencia de potencial gravitatorio entre dos puntos A y B, tales que A se encuentra a 45 m sobre el nivel del mar y B a 27 m sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de 2 Kg de masa situado en A respecto del nivel del punto B? ¿Y respecto del nivel del mar?*

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

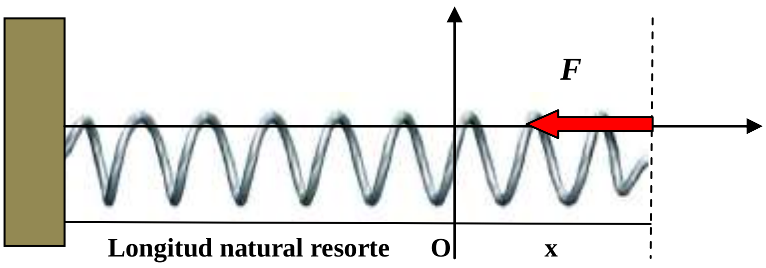
Así como los cuerpos que se encuentran a determinada altura poseen energía potencial debido a la interacción con el campo gravitatorio terrestre, los resortes también pueden almacenar energía al ser comprimidos o estirados, debido a la interacción elástica descripta por la ley de Hooke.

Al estudiar la unidad de Dinámica, vimos que la Ley de Hooke establece que la fuerza elástica (*F*) es directamente proporcional a la elongación o compresión producida en el resorte.

Si tomamos el origen de coordenadas (*x=0*) en el extremo libre del resorte sin deformar, es decir en su posición de equilibrio, la ley de Hooke puede escribirse como

$$F = -k\,x \qquad\qquad Ley\ de\ Hooke$$

donde *x* es el apartamiento respecto de la longitud natural del resorte y *k* es la constante de elasticidad, que depende del resorte.



Fuerza elástica al estirarse el resorte

En este caso, al igual que lo hicimos para el caso gravitatorio, para calcular la energía potencial almacenada por el resorte, debemos averiguar cuál es el trabajo que realiza la fuerza elástica al estirarse (o comprimirse) el resorte una determinada distancia respecto de su longitud natural.

Calculemos entonces el trabajo que realiza la fuerza elástica cuando se estira el resorte desde una posición x_0 hasta una posición x_f respecto de su longitud natural. Para eso debemos tener en cuenta que la fuerza elástica no es constante pues depende de *x*, por lo tanto deberemos integrar el trabajo en incrementos diferenciales de la siguiente manera:

$$dL = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{x} = -k\,x\,dx$$

$$L = \int_{x0}^{xf} -k\,x\,dx = -\frac{1}{2}\,k\,(x_f^2 - x_0^2)$$

Dado que, según vimos antes, el trabajo es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo, resulta que

$$\Delta Ep_e = -L$$

$$\Delta Ep_e = \frac{1}{2}\,k\,x_f^2 - \frac{1}{2}\,k\,x_0^2$$

De modo que la energía potencial elástica puede expresarse, si tomamos el origen de coordenadas en la posición correspondiente a la longitud natural del resorte, como

$$\boldsymbol{Ep_e = \frac{1}{2}\,k\,x^2}$$

Energía potencial elástica

Es importante notar que *la fuerza elástica es conservativa*. Si realizamos un camino cerrado, estirando y comprimiendo un resorte para volverlo luego a su posición inicial, el trabajo de la fuerza elástica será nulo, como así también la variación de la energía potencial elástica al completarse este camino cerrado.

Ejercicio 3.6: *Calcular el trabajo necesario para comprimir 4 cm un resorte de constante elástica k = 200 N/m, a partir de su longitud natural. ¿Cuál es la energía potencial que adquiere el resorte?*

RESUMEN

TRABAJO MECÁNICO. Denominamos trabajo mecánico o trabajo de una fuerza al producto escalar de dicha fuerza por la distancia a lo largo de la cual actúa. Es una magnitud escalar y tiene unidades de fuerza por distancia. En el sistema internacional de unidades resulta ser el producto de 1 N por 1 m, y recibe el nombre de Joule (J).

ENERGÍA. Definimos a la energía como la capacidad para realizar trabajo mecánico. Un sistema, por ejemplo un cuerpo de determinada masa, posee energía si es capaz de realizar algún trabajo. La energía, lo mismo que el trabajo, es una magnitud escalar y, en el sistema internacional, se mide en Joule (J). Existen diversos tipos de energía, por ejemplo, energías mecánica, eléctrica, química, nuclear.

ENERGÍAS MECÁNICA TOTAL, POTENCIAL Y CINÉTICA. Definimos la energía mecánica total de un cuerpo, como la suma de su energía potencial y su energía cinética. La energía potencial es energía que el cuerpo “almacena” de alguna manera. La energía cinética, por otra parte, depende del cuadrado de su velocidad.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA. En todo sistema cerrado, la energía no puede crearse ni destruirse, únicamente puede cambiar de una a otra forma. Así, por ejemplo, un cuerpo que cae bajo la acción de la fuerza gravitatoria, va transformando su energía potencial en energía cinética al aumentar su velocidad durante la caída y, eventualmente, en calor, que es energía que se disipa debido al rozamiento con el aire.

TEOREMA DEL TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA. El trabajo realizado por todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo durante su desplazamiento, sean éstas conservativas como no conservativas, es igual a la variación de su energía cinética.

POTENCIA. Es el trabajo realizado por unidad de tiempo. Tiene que ver, por lo tanto, con la rapidez con que se realiza un trabajo. Es una magnitud escalar y tiene unidades de trabajo (energía) dividido tiempo. En el sistema internacional resulta ser el cociente de 1 J / 1 s y recibe el nombre de Watt (W).

ENERGÍA EN LOS CAMPOS DE FUERZAS. El estudio detallado del campo gravitatorio en las cercanías de la superficie terrestre, permite encontrarnos con el concepto de energía potencial como energía acumulada por un cuerpo a causa de un trabajo realizado sobre él, o como energía que el cuerpo es capaz de liberar para realizar un trabajo. De acuerdo con la posición de una masa dentro de un campo gravitatorio, aquella tendrá diferente energía potencial.

POTENCIAL GRAVITATORIO. Definimos al potencial gravitatorio en un punto del espacio como la energía potencial por unidad de masa en dicho punto. Resulta ser una propiedad del espacio, independiente del valor de la masa que pongamos en ese punto. Se trata de una magnitud escalar, que tiene unidades de velocidad al cuadrado. En el sistema internacional de unidades se mide en m^2/s^2.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA. La fuerza elástica involucra la realización de trabajo mecánico necesario para comprimir o estirar un resorte a partir de su longitud natural. De esta manera un resorte comprimido o estirado almacena energía potencial, dependiendo de su grado de compresión o estiramiento, la cual eventualmente podrá liberar para realizar un trabajo.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS

1: L = ***F*** ·***d*** = -120 N * 15 m = -1800 J

2: Como la Luna no posee atmósfera, no existen fuerzas de fricción no conservativas al caer el cuerpo, de modo que su energía mecánica total permanece constante. Así podemos escribir:
$E_{MT} = E_P + E_C$ = cte., y resulta que $E_{Pinicial} = E_{Cfinal} \Rightarrow m * g_L * h = ½ * m * v^2$
Luego la velocidad final puede despejarse de esta última igualdad, siendo
$$v = \sqrt{2\, g_L\, h} = \sqrt{2 * 1{,}7 \frac{m}{s^2} * 10\, m} = 5{,}83\ \frac{m}{s}$$
La velocidad final es independiente de la masa del cuerpo. Todos los cuerpos que se dejan caer desde la misma altura, llegan al suelo con la misma velocidad.

3: Dado que la fuerza de rozamiento a vencer es constante, podemos calcular la potencia media como P = L / t, resultando P = 1800 J / 180 s = 10 W.
Para hacer el trabajo en 3 s, deberíamos disponer de un motor de potencia
P = 1800 J / 3 s = 600 W.

4: El trabajo que realiza la fuerza peso al elevarse el cuerpo a esa altura será
L = - peso * altura = - m * g * h = - 2 kg * 9,8 m/s^2 * 45 m = -882 J
(signo negativo pues el desplazamiento tiene sentido contrario al de la fuerza peso)
La energía potencial del cuerpo habrá aumentado según *ΔEp* = *-L* = 882 J

5: La diferencia de potencial gravitatorio entre A y B es:
$\Delta V_{AB} = g * \Delta h_{AB}$ = 9,8 m/s^2 * (45 m – 27 m) = 176,4 m^2/s^2
La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de 2 Kg situado en A,
respecto del punto B es:
$\Delta Ep_{AB} = m * \Delta V_{AB}$ = 2 Kg * 176,4 m^2/s^2 = 352,8 J
respecto del nivel del mar es:
$\Delta Ep_{AM} = m * \Delta V_{AM} = m*g*\Delta h_{AM}$ = 2 Kg*9,8 m/s^2*45 m = 882 J

6: El trabajo que realiza la fuerza elástica del resorte al comprimirse es
$$L = -\frac{1}{2} k \left(x_f^2 - x_0^2\right) = -\frac{1}{2}\ 200 \frac{N}{m}\ ((-0{,}04\ m)^2 - 0) = -0{,}16\ J$$
Por lo tanto el trabajo que es necesario realizar para comprimir el resorte es igual y de signo contrario, es decir que debe realizarse un trabajo de 0,16 J.
La energía potencial del resorte habrá aumentado según *ΔEp* = *-L* = 0,16 J